

MATHEMATIQUES 2S (épreuve n° 283)

ANNEE 2011

Epreuve conçue par CCIP

Voie Scientifique

	NBRE CANDIDATS	MOYENNES	ECARTS-TYPE
RESULTATS GLOBAUX	3 028	9,95	4,43

VOIES PREPARATOIRES			
Scientifique	3 028	9,95	4,43

ECOLES UTILISATRICES			
HEC	2 201	11,19	4,18
ESSEC	2 380	10,93	4,20
ESCP-EUROPE	2 483	10,79	4,25
EMLYON Business School	2 963	10,03	4,40

Le sujet

L'objet du problème de cette année consistait à comparer les qualités « estimatrices » de la moyenne empirique et de la médiane empirique d'un échantillon aléatoire dépendant d'un paramètre inconnu.

Le problème faisait appel à de très larges connaissances du programme d'analyse, de probabilités et de statistique, notamment celles d'intégrales impropres, de convergence en loi et d'estimateurs.

Dans la partie I, on demandait un certain nombre de résultats classiques à propos des statistiques d'ordre et on étudiait le cas particulier d'un échantillon ordonné issu d'une loi de Pareto.

La partie II était consacrée à l'existence et l'unicité d'un estimateur optimal de l'espérance inconnue d'une loi normale réduite.

Enfin, l'objectif de la partie III était d'établir la valeur asymptotique du coefficient de corrélation linéaire entre la moyenne empirique et la médiane empirique dans le cadre de la loi normale. Signalons une « coquille » au début de cette partie qui, fort heureusement, n'affectait qu'une part infime de l'épreuve, et surtout, n'empêchait pas la résolution de la suite et fin du problème.

Les résultats statistiques

Près d'un tiers des candidats obtiennent une note supérieure à 12 et environ 10% de l'ensemble des candidats se voient attribuer une note supérieure à 16 ; enfin, 3% de candidats, soit une centaine, se situent entre 19 et 20, et parmi ceux-ci, 59 obtiennent la note maximale de 20.

Le barème de notation accordait un poids relativement identique aux trois parties du problème (37%, 30% et 33% respectivement. Les meilleures copies réalisent les 2/3 du problème : questions 1 à 6 et 9 à 12, les questions 7 et 8 étant peu abordées ainsi que la fin du problème.

Commentaires

Les remarques générales qui ressortent de l'examen des copies sont les suivantes :

Les notions d'analyse : continuité, classe C^1 , convergence d'intégrales impropres, sont en général bien assimilées. De même, si on peut déplorer des insuffisances dans la définition d'un estimateur, les qualités de « sans biais » et « convergents » sont bien connues. Par contre, des confusions entre densité et fonction de répartition conduisent à des absurdités comme par exemple, une fonction de répartition prenant des valeurs négatives.

1.a) Certains candidats montrent que les fonctions données dans cette question sont des densités sans vérifier qu'il s'agit de celles de Y_1 et Y_n .

1.b) Oubli fréquent de l'hypothèse d'indépendance.

1.e) Cette question est correctement traitée uniquement dans les meilleures copies ; dans la majorité d'entre-elles, l'argumentation est nettement insuffisante (« par télescopage, on aboutit au résultat demandé »).

1.f) Cette question met en évidence une certaine confusion à propos des variables Y_i : certains candidats affirment que puisque Y_i est l'une des X_i , alors le résultat est immédiat !

2.a) Les conditions nécessaires pour que F soit la fonction de répartition d'une variable à densité sont mal connues.

Le tracé de la courbe représentative de F est souvent approximatif (on trouve même des courbes en escalier !) ; l'équation de la tangente est rarement donnée et de nombreuses erreurs de calcul de dérivée aboutissent parfois à des densités négatives !

2.b)c) Questions souvent bien traitées.

2.d) La question relative à l'équivalent a été sélective.

3.a) Question bien traitée à condition d'avoir réussi la question 2.d).

3.b) Des imprécisions sur la justification du changement de variable : certains candidats affirment effectuer un changement affine !

3.c) Le calcul se révèle sélectif ; on voit des raisonnements par récurrence assez douteux.

3.d)e) Questions bien traitées.

4.a) Beaucoup d'erreurs probablement dues au fait que le résultat n'était pas donné par l'énoncé.

4.c) De très nombreux passages à l'exponentielle dans les équivalents.

5. Une minorité de candidats prend la peine de justifier qu'il s'agit bien d'un estimateur.

6.a) Beaucoup de problèmes avec la bijectivité.

6.b)c) Question rarement bien traitée : on voit des intervalles de confiance qui dépendent du paramètre à estimer. De même, la comparaison des deux risques n'eut guère de succès !

Les questions 7 et 8 ont souvent été ignorées et dans la question 9, le fait d'invoquer le théorème de transfert suffit, pour certains candidats, à justifier l'existence de $L(s)$. Le reste du problème n'a fait l'objet d'un traitement acceptable que par les meilleurs candidats.