Concours **EDHEC** | Mai 2008

Classes Préparatoires

RAPPORT DE CORRECTION

MATHÉMATIQUES

(Option scientifique)

PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires. Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités (premier exercice et problème).
La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet sélectif, d'un niveau abordable, permettant de bien apprécier les connaissances et les capacités à raisonner des candidats (ce qui est le premier but d'un texte de concours), et plus court que par le passé. L'exercice 1, l'exercice 3 (partiellement) et le problème portaient sur le programme de deuxième année.

• L'exercice 1 proposait de calculer la probabilité qu'une matrice aléatoire de taille 2 soit diagonalisable.

• L'exercice 2 avait pour but déterminer la somme de la série de terme général $\dfrac{(-1)^n \sin n}{n}$.

• L'exercice 3 étudiait quelques situations dans lesquelles noyau et image d'un endomorphisme sont supplémentaires.
Il nécessitait d'avoir de solides connaissances en algèbre linéaire.

• Le problème, portant sur le programme de probabilités, étudiait deux stratégies dans un jeu de pile ou face et nécessitait de connaître et d'utiliser correctement la formule de l'espérance totale.

STATISTIQUES :

Pour l'ensemble des 3721 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,96 sur 20 et l'écart-type vaut 5,62.
33% des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (un tiers d'entre eux ayant une note inférieure à 4).

23% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.
23% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

ANALYSE DES COPIES :

Dans l'exercice 1, la première question demandait beaucoup de réflexion et a joué un fort rôle discriminant.
La relativement bonne moyenne obtenue à l'exercice 2 montre que beaucoup de candidats maîtrisent, et c'est tant mieux, les notions de base en analyse ,bien qu'un nombre non négligeable d'entre eux commettent des erreurs impardonnables.
L'exercice 3 a révélé de sérieuses failles dans les connaissances de nombreux candidats en algèbre linéaire.
Comme d'habitude avec les études de variables aléatoires discrètes, le problème a montré que trop peu de candidats maîtrisent les formules classiques (probabilités totales, espérance totale) ainsi que la façon de les appliquer en réfléchissant sereinement et sans chercher à plagier l'énoncé pour trouver ce qui est annoncé.

Il faut noter que les copies sont, pour la plus grande part, bien présentées, propres et honnêtes (une majorité de candidats précisent clairement qu'ils admettent le résultat d'une question non traitée), mais les correcteurs ont constaté que lorsque les résultats sont donnés par l'énoncé, certains candidats sont prêts à tout pour faire croire qu'ils ont prouvé le résultat demandé (pour les questions portant sur les probabilités notamment) : qu'ils sachent que ceci est sanctionné sévèrement.
Les correcteurs ont trouvé nettement moins de copies très faibles (note inférieure à 4) que l'année dernière, ce qui est peut-être dû à des points facilement "prenables" dans l'exercice 2.

Voici une liste des quelques fautes, omissions et imprécisions les plus fréquentes (chacune d'entre elles ayant été trouvée sur un nombre significatif de copies) commises cette année :

Exercice 1
• De très nombreux candidats confondent condition suffisante, condition nécessaire et condition nécessaire et suffisante, ce qui les conduit par exemple à écrire qu'une matrice est diagonalisable si et seulement si elle est symétrique.
• Trop de candidats oublient de citer l'indépendance des variables aléatoires avant de déterminer la densité d'une somme par convolution.
• Une faute assez fréquente : une primitive de la fonction $x \ \alpha \ \frac{1}{\sqrt{x}}$ est donnée par $x \ \alpha \ \sqrt{x}$.
• Le scandale : $\forall x \in \mathbb{R}, F_{X^2}(x) = F_X(\sqrt{x}) - F_X(-\sqrt{x})$.
• Une faute, elle aussi, difficile à avaler : $\forall x \in [0,1],\ f_{X^2}(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
• Le must que l'on ne s'attend jamais à croiser, mais que l'on a vu trop souvent cette année : trouver une densité négative sans signaler qu'il doit y avoir une erreur.

Exercice 2.
• Il n'est pas suffisant d'écrire que $f(b)\sin(\lambda b)$ est un réel (ou une constante) pour garantir que $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} \frac{1}{\lambda} f(b)\sin(\lambda b) = 0$.
• L'enchaînement suivant est très faux :
« $\forall t \in \mathbb{R}, -1 \le \sin(\lambda t) \le 1$ donc $-f'(t) \le f'(t)\sin(\lambda t) \le f'(t)$ ».

• Ayant établi que $\cos\frac{t}{2}\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\cos(k\,t) = \frac{1}{2}\left((-1)^n\cos\frac{2n+1}{2}t - \cos\frac{t}{2}\right)$, il n'est pas question d'intégrer cette égalité entre 0 et 1, PUIS de diviser par $\cos(\frac{t}{2})$ pour obtenir le résultat.

• Lorsque l'on a établi $\lim_{n\to+\infty}\int_0^1 \frac{\cos(\frac{2n+1}{2}t)}{2\cos\frac{t}{2}}dt = 0$, il n'(est pas question d'en déduire, sans argumenter, que $\lim_{n\to+\infty}(-1)^n\int_0^1 \frac{\cos(\frac{2n+1}{2}t)}{2\cos\frac{t}{2}}dt = 0$.

Exercice 3

• La faute qui met en faillite le théorème du rang : $\mathrm{Ker} f = \mathrm{Im} f = \{0\}$.
• L'égalité suivante est insupportable : $\mathrm{Ker} f \cap \mathrm{Im} f = \varnothing$. Rappelons que l'algèbre linéaire a horreur du vide !
• L'énoncé désignant par x, x_F et x_G des vecteurs de E et par s un endomorphisme de E, l'enchaînement suivant, vu dans un nombre non négligeable de copies, est un non sens :
« $s(x) = x_F - x_G$ donc $s^2(x) = x_F^2 - 2x_F x_G + x_G^2$ ».

Problème

• Une remarque d'ordre général : trop de candidats se contentent de plagier l'énoncé et donnent des explications très succinctes ou floues pour établir le résultat demandé lorsque celui-ci est donné.
• Il faut absolument éviter de citer et de manipuler des "événements conditionnels", du genre (A/B), cette notion n'ayant pas encore été inventée…
• Une confusion fréquente entre $P_{(X_1=0)}(G_1 = \frac{n!}{n})$ et $P([X_1 = 0] \cap [G_1 = \frac{n!}{n}])$.
• La formule de l'espérance totale, associée au système complet d'événements $(X_1 = k)_{0\le k\le 2p+1}$, ne s'écrit pas $E(G_1) = \sum_{k=0}^{2p+1} E(G_1 / X_1 = k)$ mais s'écrit : $E(G_1) = \sum_{k=0}^{2p+1} E(G_1 / X_1 = k)\,P(X_1 = k)$.

CONCLUSION :

Dans leur grande majorité, les copies sont de mieux en mieux présentées, mais les correcteurs regrettent le manque de rigueur d'un trop grand nombre de candidats, ainsi que la malhonnêteté de certains, qui sont manifestement prêts à tout pour trouver les résultats demandés : il faut savoir qu'aucun correcteur n'est dupe.
Le niveau moyen semble se stabiliser. Certes, il y a toujours des copies vides et d'excellentes copies, mais il semble que l'on assiste cette année à un regroupement des notes entre 6 et 16, cette tranche représentant 55% de la population.
Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.