

MATHÉMATIQUES T (ÉPREUVE n° 294)  
ANNÉE 2015  
Épreuve conçue par INSEEC  
Voie économique et commerciale

## I. Le sujet

Le sujet proposé aux candidats était constitué de 4 exercices recouvrant une très large partie du programme des deux années.

- **Exercice 1. Algèbre.** Puissances successives d'une matrice. Application à un processus de Markov simulant les mouvements aléatoires d'une mouche dans un appartement.
- **Exercice 2. Analyse.** Étude d'une fonction (variations, limites, représentation graphique) puis d'une suite associée.
- **Exercice 3. Probabilités discrètes.** Etude de la variable aléatoire égale au nombre de fois où une étudiante se rend à son lycée en bus. On fait l'étude selon différentes situations (panne de réveil, grèves).
- **Exercice 4. Probabilités.** Etude d'une variable aléatoire à densité. Calcul de son espérance.

Le sujet avait pour objectif de valoriser les étudiants ayant travaillé avec sérieux et ayant fait un effort de compréhension des démarches mathématiques mises en œuvre pendant leurs deux années de préparation. Quand cela était possible, les exercices portaient de situations concrètes. On cherchait alors à détecter chez l'étudiant sa capacité d'analyse et de compréhension des phénomènes étudiés ainsi que sa capacité à faire le lien entre les méthodes mathématiques vues en classe et la réalité.

Le sujet était plus facile que celui de l'an passé. Malgré cela les résultats sont globalement décevants.

## II. Traitement du sujet par les candidats

La plupart des candidats ont fait un effort de rédaction. Mais il reste trop de copies très mal rédigées (ratures, fautes d'orthographe, absence de conclusion, questions traitées dans le désordre, etc.). Certains candidats ne prennent même pas la peine de faire des phrases (sujet – verbe) considérant sans doute que les calculs mathématiques ne nécessitent aucune justification. Pour ceux qui rédigent, le français est souvent très approximatif, l'orthographe est le plus souvent défailante.

Les erreurs que les correcteurs ont le plus rencontrées sont les suivantes :

- méconnaissance du cours ;
- absence de rigueur dans la conduite des raisonnements : les justifications sont maladroites voire inexistantes, les arguments sont peu mathématiques (on lit des « il est logique » ou « il est normal que ... ») ;
- tentatives d'escroquerie lorsque le résultat est donné dans l'énoncé ;
- mauvaise compréhension des objets mathématiques utilisés. Ainsi, les candidats confondent

- souvent événement et probabilité (« la probabilité est impossible ») ;
- techniques de calcul de collègue non maîtrisées (mise au même dénominateur, factorisation, parenthèses), confusion entre produit et somme (plusieurs dizaines de «  $3 \times 3 = 6$  »)
  - manque de maîtrise de certaines techniques fondamentales du cours (système complet d'événements, calcul de limites, calcul d'intégrales, densité de probabilité)
  - refus d'utiliser les indications de l'énoncé pour plutôt réciter des séquences type de cours sans les comprendre.

**Exercice 1 (5,1 points sur 20)** représente 30% des points acquis par les candidats.

Les bases du calcul matriciel sont maîtrisées par presque tous les candidats même si l'on voit des cas manifestes d'escroquerie dès que les résultats sont donnés dans l'énoncé. Le calcul de l'inverse d'une matrice est maîtrisé. En revanche la moitié seulement justifie l'inversibilité et souvent mal. A noter que cette année la notion de déterminant était encore hors programme, son utilisation a donc été sanctionnée.

Beaucoup de calculs sont menés à l'envers, en particulier pour prouver des égalités, avec des enchaînements sans liens logiques et pas de conclusion. Les calculs sur les puissances de  $-\frac{1}{2}$  sont trop peu détaillées et souvent le résultat sort du chapeau par magie.

Les deux récurrences sont plutôt bien traitées et rédigées.

La formule des probabilités totales est rarement écrite correctement. On rencontre trop de tentatives de justification par du verbiage. Il y a souvent confusion entre événement et probabilité avec des notations du type  $P a_n(a_{n+1})$ .

La récurrence « type » du 5.b) est le plus souvent connue des candidats. La question 5.d) a été très peu abordée.

**Exercice 2 (5,1 points sur 20)** représente 26% des points acquis par les candidats.

On remarque chez beaucoup de candidats de sérieuses difficultés à calculer une limite sans erreurs et avec des justifications rigoureuses. La limite de  $\ln(x)/x$  est connue en  $+\infty$  mais il y a beaucoup d'erreurs en 0 où les candidats parlent souvent de croissances comparées.

Pour l'asymptote de nombreux candidats refusent de se servir de l'énoncé et cherchent à la trouver seuls en calculant la limite de  $f(x)/x$ . Notons aussi qu'un trop grand nombre de candidats confondent asymptote et tangente et veulent utiliser la convexité pour étudier les positions relatives de D et C.

Le calcul des dérivées est souvent correct. Par contre, l'étude du signe de  $g'$  a posé de gros problèmes. Beaucoup de candidats affirment ainsi que  $2x^2-1$  est toujours positif. La valeur  $1/\sqrt{2}$  donnée dans l'énoncé a manifestement aidé les candidats les plus astucieux.

La question 2.b) a donné lieu à beaucoup d'escroqueries.

Dans une copie, la présence d'une bonne représentation graphique est valorisée car elle permet au correcteur de vérifier les capacités de synthèse et de compréhension du candidat. Hélas, les correcteurs ont trop peu eu l'occasion de voir des représentations graphiques et celles qu'ils ont vues étaient bien souvent farfelues.

La question 4 est la moins bien traitée. Beaucoup de candidats pensent à la récurrence dans a) mais peinent à démontrer l'hérédité. On rencontre beaucoup d'arguments faux dans b) du type «  $f$  est croissante donc  $(u_n)$  est croissante » ou «  $f(u_n)=u_{n+1}$  donc  $f(n+1)=n+2$  ».

**Exercice 3 (5.8 points sur 20)** *représente 27% des points acquis par les candidats.*

Comme dans l'exercice 1, la rédaction de la formule des probabilités totales pose problème. Trop peu d'étudiants citent le système complet d'événements qu'ils utilisent. La formule est souvent fautive (somme de probabilités conditionnelles). Nombreux sont ceux qui font directement le calcul littéral.

Le cours sur la loi binomiale est bien connu de la plupart des candidats avec des rédactions « type » plutôt efficaces. Il y a pas mal de confusion dans le 3.c) avec des  $E(X)$  ou  $1-E(X)$ .

La partie II a joué son rôle de sélection : elle a permis aux étudiants qui maîtrisent les subtilités du langage des probabilités (différence entre probabilité conditionnelle et probabilité d'intersection, loi marginale et loi conjointe, indépendance, etc.) de se mettre en avant.

Dans la question 3, on rencontre beaucoup d'escroqueries et il y a souvent confusion entre la probabilité 0 et l'ensemble vide (on lit par exemple souvent : « la probabilité est impossible »). Même si beaucoup de candidats donnent la bonne réponse pour la loi de  $Y$  les calculs intermédiaires ne sont pas donnés. On voit que beaucoup de candidats sont en difficulté pour additionner deux fractions.

L'espérance de  $Y$  étant donnée, de nombreux candidats ont réussi à l'obtenir en partant d'une loi fautive. On imagine l'impression désagréable que cela peut laisser au correcteur...

L'indépendance ou la non indépendance se justifie par un calcul et non une phrase plus ou moins sensée (on a lu par exemple : « les variables  $Y$  et  $N$  sont indépendantes car la grève n'influence pas : Coralie doit bien se lever tôt ou tard »).

La formule de la covariance est peu connue des candidats.

**Exercice 4 (4 points sur 20)** *représente 17% des points acquis par les candidats.*

Cet exercice a été peu abordé. Mais les candidats qui l'ont abordé (environ deux tiers) l'ont plutôt bien traité.

Dans l'ensemble des copies, on note une certaine négligence dans la rédaction des intégrales (pas de  $dt$  dans la majorité des cas). Le calcul de 1.a) est souvent bien traité.

Les candidats connaissent bien les conditions pour qu'une fonction  $f$  soit une densité de probabilité. En revanche, ils peinent à justifier la positivité et la continuité.

Dans la question 2.a) trop de candidats pensent que si  $f$  est nulle sur l'intervalle  $[1 ; +\infty[$  alors il en va de même pour  $F$ . Le calcul de 2.c) a donné lieu à trop de bluffs.

Les étudiants ne font pas toujours le lien entre les questions 3.a) et 3.b) et se lancent dans une intégration par partie. Dans 3.c) on voit souvent l'espérance écrite directement comme une intégrale de 0 à 1. L'existence de l'espérance n'est presque jamais justifiée.

### III. Notes moyennes obtenues

Ex1	Ex2	Ex3	Ex4	Total
3,16	2,73	2,84	1,79	10,53

Sur l'ensemble des 985 copies, on peut remarquer une très grande hétérogénéité des prestations avec des copies d'un très bon niveau : plusieurs dizaines d'étudiants obtiennent ainsi la note maximale de 20. On rencontre aussi un grand nombre de notes très basses qui sont obtenues par des candidats en perdition et dont le niveau de compréhension est très faible voire parfois inexistant.

La note moyenne est de 10,53, l'écart-type est de 6,32.

### IV. Conseils aux futurs candidats

L'épreuve ESC est conçue pour les étudiants sérieux qui ont travaillé avec régularité tout au long de leurs deux années de préparation. Les exercices sont souvent proches de ceux que les candidats n'auront pas manqué de rencontrer avec leur professeur. On attend des candidats qu'ils soient capables de citer avec précision les théorèmes qu'ils utilisent et d'en citer les hypothèses.

Il est donc conseillé aux étudiants de connaître parfaitement les énoncés des théorèmes fondamentaux et de s'entraîner sur les exercices qu'ils auront rencontrés durant leurs deux années de préparation. Ils sauront ainsi s'adapter aux exercices de cette épreuve en apportant la rigueur nécessaire dans les solutions et en respectant les notations qu'ils ont rencontrées tout au long de l'année.

Le jour de l'épreuve, on invite les candidats à lire en entier l'énoncé de chacun des exercices avant de commencer à les résoudre. Cela permet d'en comprendre la logique et d'éviter ainsi, peut-être, de réciter des séquences type sans les comprendre.