

**MATHÉMATIQUES E
(ÉPREUVE N° 289)
ANNÉE 2018
ÉPREUVE CONÇUE PAR HEC PARIS
VOIE ÉCONOMIQUE ET COMMERCIALE**

1 – Le sujet

Le sujet de cette année était composé comme à l'accoutumée d'un exercice et d'un problème.

L'exercice, d'une longueur inhabituelle, portait sur l'algèbre linéaire (rang d'une matrice, polynômes annulateurs, etc.), les cardinaux de couples d'entiers ayant certaines propriétés et des questions de Scilab liées à ces cardinaux.

Le problème qui comportait trois parties, avait pour objet l'étude de sommes de variables aléatoires suivant une loi de Bernoulli de même paramètre mais non nécessairement indépendantes.

La partie I était consacrée à l'étude des valeurs possibles du coefficient de corrélation linéaire de deux variables aléatoires dans divers schémas de Bernoulli. Elle permettait de déterminer notamment une formule reliant la variance d'une somme de variables aléatoires, le paramètre commun aux deux variables aléatoires et leur coefficient de corrélation linéaire.

D'autres questions avaient pour objet de préciser un minorant du coefficient de corrélation.

La partie II, très progressive, étudiait les lois de probabilité bêta-binomiales et faisait la part belle aux convergences d'intégrales, à l'intégration par parties et à la formule du binôme.

Enfin, la partie III se concentrait sur le cas particulier où le modèle ne comporte que deux variables aléatoires en faisant appel à la loi d'un couple ainsi qu'à ses lois marginales et conditionnelles. Une dernière question proposait de compléter un script Scilab qui effectue une simulation de deux variables aléatoires.

2 – Barème

L'exercice et le problème comptaient respectivement pour 40% et 60% des points de barème. Plus précisément, la partie I du problème représentait 24% des points de barème tandis que la pondération des parties II et III était identique (18% de points de barème).

Le poids des questions de Scilab représentait 12% des points de barème et les questions les plus cotées étaient :

- dans l'exercice, les questions 2.c) et 3.b) ;
- dans le problème, les questions 1.a), 3.a), 8.a), 8.b) et 9.b).

3 – Remarques de correction

Exercice.

1.a) Trop de candidats ne savent pas que les valeurs propres d'une matrice triangulaire se lisent sur la diagonale principale.

On lit très souvent que la non inversibilité de M entraîne la non diagonalisabilité de M .

b) Pour le calcul du rang, il y a trop d'affirmations non justifiées.

c) Rares sont les candidats qui ont prouvé que les seuls polynômes annulateurs de degré 3 sont de la forme aX^3 ($a \neq 0$). On trouve également qu'il y a trois polynômes annulateurs : X^3 , $X^2.X$ et $X.X.X$!!!

2.a) Cette question a été bien traitée en général.

b) et c) Les réponses à cette question sont rarement correctes.

3.a) Question très peu abordée et très rarement réussie.

b) Les questions i) et ii) étaient tout à fait abordables mais nombre de candidats n'ont pas vu que les x_k étaient des entiers positifs et ont trouvé des x_k fractionnaires ou négatifs !!!

Les questions suivantes ont été très peu abordées et traitées ; en particulier, les définitions de $P(k)$ et de $Q(l,k)$ n'ont pas été comprises.

Problème.

1.a) Beaucoup de candidats ne connaissent pas la variance d'une variable de Bernoulli.

Trop peu de candidats ont trouvé la loi dans le cas où les variables sont égales.

De même, certains pensent que le calcul de la variance permet de trouver la loi : ainsi, puisque $V(\sum Y_k) = n^2 p(1-p)$, la loi de la somme est binomiale de paramètres n^2 et p .

b) Question rarement abordée et encore plus rarement bien résolue.

2. Les candidats qui raisonnent correctement sont peu nombreux ; on trouve souvent l'erreur suivante : $P([X_1=0] \cap [X_2=0]) = 1 - P([X_1=1] \cap [X_2=1])$.

3. Question très peu abordée.

4. La majorité des candidats ne savent pas étudier la convergence d'une intégrale et quand ils pensent à prendre un équivalent, ils oublient de dire que la fonction est continue et positive sur $]0, 1/2]$.

Il y a encore trop de candidats qui écrivent que l'intégrale d'un produit est égal au produit des intégrales !!!

5.a) Plus de 90% des candidats effectuent directement l'intégration par parties au lieu de la faire sur un intervalle $[a, b]$ et faire tendre ensuite a vers 0 et b vers 1.

Les questions suivantes furent très rarement abordées et correctement traitées. De plus, la notation $(z)[m]$ s'est souvent transformée en z^m et bien que les résultats soient exacts, les raisonnements qui ont permis de les trouver sont incorrects.

4 – Conseils aux futurs candidats

Pour ce qui concerne la forme, le jury conseille aux futurs candidats de lire attentivement le texte préliminaire qui précède toute épreuve écrite de mathématiques, dans lequel il est précisé notamment, que la lisibilité et la qualité de la rédaction entrent pour une part non négligeable dans l'appréciation des copies : un correcteur ne s'attarde pas à essayer de « décrypter » une copie illisible. Par contre, une copie propre et claire ne peut qu'avantager son auteur. Le jury rappelle également que les abréviations dans les copies doivent être proscrites et il conseille de bien numéroter les questions et d'encadrer les résultats.

De plus, les raisonnements doivent être clairs et précis, les affirmations étant étayées par une argumentation solide. Par exemple, le recours trop fréquent à des phrases du type « il est clair que... » doit être évité au profit d'une justification correcte fondée sur un apprentissage rigoureux et une très bonne maîtrise du cours.

Le jury recommande aux futurs candidats de prendre le temps de lire l'ensemble du sujet, non seulement pour s'en imprégner, mais aussi pour pointer les questions qui paraissent faciles à résoudre, lesquelles ne se situent pas nécessairement dans la première partie du sujet.

La recherche d'une solution à une question ne doit pas dépasser quatre à cinq minutes. Au-delà de ce délai, en cas d'échec, le candidat doit admettre le résultat de cette question (si la réponse figure dans l'énoncé), passer à la question suivante sans éprouver un sentiment de déstabilisation ou de découragement. Autrement dit, le jury recommande aux futurs candidats de faire preuve d'une grande ténacité.

5 – Statistiques

Sur les 2101 candidats ayant composé dans cette épreuve, la note moyenne est de 9,37 avec un écart-type de 4,75, ces statistiques étant très voisines de celles du concours 2017.

Environ 8%, soit 172 candidats, obtiennent une note supérieure à 16 et 20 candidats se voient attribuer la note maximale de 20. La note médiane est de 9,7 et les premier et troisième quartiles sont égaux à 5,5 et 12,7 respectivement.

Pour obtenir la note de 20, il fallait obtenir au moins 55% des points du barème.