# RAPPORT DU JURY
# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
# 2014

## Concours d'admission sur classes préparatoires
## Option scientifique

### Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
Le sujet balayait largement le programme en donnant, comme d'habitude, une place importante aux probabilités (premier exercice et problème).
La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet long, assez difficile et sélectif. La présence de nombreuses questions techniquement difficiles ou abstraites a permis de bien apprécier, d'une part les capacités à mener un calcul compliqué à son terme et d'autre part les capacités à raisonner des candidats : ceux d'entre eux qui étaient bien préparés se sont très bien démarqués alors que ceux qui l'étaient moins ont montré leurs faiblesses théoriques ainsi que leur mauvaise maîtrise des techniques de base.

• **L'exercice 1** proposait le calcul de l'intégrale $\int_0^x \frac{1}{\sqrt{t(x-t)}}dt$ à l'aide de la convolution des carrés de deux variables aléatoires suivant la loi normale centrée réduite.

Cet exercice, assez simple (il y avait plusieurs questions de cours) a permis à presque tous les candidats de marquer quelques points malgré de nombreuses fautes sur la stabilité de la loi gamma pour l'addition.

• **L'exercice 2** présentait l'application $f$ qui à toute matrice $M$ de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ associait :

$$f(M) = Tr(A)M - Tr(M)A$$

où $A$ est une matrice donnée de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Cet exercice, a révélé quelques failles dans les connaissances de nombreux candidats qui assènent que $Tr(M)$ est un élément de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ou que la dimension de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est égale à $n$, ou même que, si $Tr(A)M = Tr(M)A$, alors $M = A$, ce qui est faux. En dehors de ces grosses fautes, trop souvent lues, les correcteurs ont pu mesurer à quel point l'algèbre linéaire pose problème aux candidats dès qu'il s'agit de manipuler les concepts (par exemple, pour la détermination de la dimension du noyau de l'application Trace).

• **L'exercice 3** sur le programme d'algèbre bilinéaire et d'analyse, avait pour objectif de déterminer le réel $\Delta$ défini par :

$$\Delta = \inf_{(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}} \int_0^{+\infty} (t^3 - xt - y)^2 e^{-t} dt$$

Ce calcul était fait de deux façons différentes : d'abord en utilisant le théorème de minimisation par projection orthogonale et ensuite en cherchant le minimum global d'une fonction de deux variables.

Cet exercice a été abordé avec des fortunes diverses, certains candidats ayant visiblement très peu de connaissances sur cette partie portant exclusivement sur le programme de seconde année. Beaucoup ignorent la fonction Gamma d'Euler et ne connaissent pas la valeur de $\Gamma(k+1)=\int_0^{+\infty} t^k e^{-t}dt$.

Les correcteurs ont eu la surprise de voir certains candidats ne pas savoir développer correctement $(t^3 - xt - y)^2$, ce qui portait un grave préjudice à la suite de leur composition.

• **Le problème**, portant sur le programme de probabilités, mais sur la partie "variables à densité", avait pour but d'étudier une variable aléatoire $Y$ définie en fonction d'une variable aléatoire $X$ par :

$$Y(\omega)=\int_0^1 \max(X(\omega),t)\,dt$$

Le problème a dérouté quelques candidats du moins dans les deux premières questions, mais comme les résultats difficiles à établir étaient donnés, les plus valeureux ont pu (et souvent de belle manière) tirer leur épingle du jeu dans la suite.

On a beaucoup lu, donnée sans aucun argument, l'égalité : $P(X^2 \le 2x-1)=P(X \le \sqrt{2x-1})$.

La superficialité des connaissances de nombreux candidats les a conduits à trouver des fonctions de répartition farfelues ou définies seulement sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2},1\right[$.

**Statistiques :**

• Pour l'ensemble des 3856 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 11,44 sur 20 (supérieure de 0,1 point à celle de l'année dernière) et l'écart type vaut 5,98 (légèrement inférieur à celui de l'année dernière).

• 31,4 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (13,7 % ont une note inférieure à 4). Le nombre de copies très faibles (note inférieure à 4) est stable par rapport à l'année dernière.

• 21 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (1 point de plus que l'année dernière).

• 28,5 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (1 demi point de plus que l'année dernière).

**Conclusion :**

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées et bien rédigées, malgré la présence d'un nombre non négligeable de candidats qui sont adeptes des réponses floues et pas toujours argumentées. Il faut savoir que les correcteurs attendent des preuves et pas seulement des affirmations.

Le niveau moyen est un peu plus élevé que l'année dernière alors que le nombre de candidats est plus important (3856 contre 3609 l'année dernière) : peut-être n'étaient-ils pas tous tout à fait prêts.
L'épreuve était, comme par le passé, exigeante, et beaucoup de candidats s'en sortent avec les honneurs (les correcteurs les félicitent), mais il faut tout de même noter qu'un nombre considérable d'entre eux sont incapables de donner la valeur de $6!$, beaucoup connaissent mal la loi gamma et un grand nombre écrivent $P(X^2 \le x)=P(X \le \sqrt{x})$, ce qui est faux, voire même délirant lorsque cette égalité est écrite pour tout réel $x$.

Cette année, nous notons une forte recrudescence de candidats ayant osé suggérer à tort que l'énoncé était bancal ou faux (ceci s'expliquant par le fait que les candidats en question ne savaient pas suffisamment bien leur cours) : ces candidats donnent d'eux une image très négative et montrent qu'ils manquent sérieusement d'humilité : qu'en sera-t-il en école, puis en entreprise ?

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.